

Prof. Dr. Alfred Toth

Diagonalen in minimalen semiotischen Systemen

1. In der peirceschen Semiotik, die auf der in Toth (2014a) als minimaler ausgewiesenen logisch 2-wertigen und semiotisch 3-adischen Zeichenrelation

$$Z_2^3 = (M, O, I)$$

basiert, werden die numerischen Entsprechungen der drei fundamentalen Kategorien M, O und I, d.h. 1, 2 und 3, von Bense (1981, S. 17 ff.) als "Primzeichen" definiert und früher besser als "Zeichenzahlen" oder auch als "Zahlenzeichen" bezeichnet, durch kartesische Produktbild in der folgenden Matrix dargestellt

1.1 1.2 1.3

2.1 2.2 2.3

3.1 3.2 3.3

Die Hauptdiagonale (HD)

(1.1, 2.2, 3.3)

wurde von Bense (1992) als "Klasse der Peirceschen Kategorien", kurz: Kategorienklasse im Sinne von "Eigenrealität schwächerer Repräsentation" (1992, S. 40) bestimmt, während die Nebendiagonale (ND)

(3.1, 2.2, 1.3)

als Zeichenklasse der Eigenrealität (des Zeichens, der Zahl und des "ästhetischen Zustandes" bestimmt wurden. Charakteristisch für die semiotische Matrix über Z_2^3 ist nun, daß Gegendiagonalen (GD) nur für ND, nicht aber für HD symmetrisch sind

1.1 1.2 1.3
 / /
2.1 2.2 2.3
 / /
3.1 3.2 3.3,

d.h. wir haben

$$(1.2) = \times(2.1)$$

$$(1.3) = \times(3.1)$$

$$(2.3) = \times(3.2),$$

aber

$$(1.1) \neq (3.3)$$

$$(1.2) \neq (2.3)$$

$$(2.1) \neq (3.2).$$

2. Gehen wir über zur zweiten minimalen Zeichenrelation, der logisch 4-wertigen und semiotisch 5-adischen, die ebenfalls in Toth (2014) definiert worden war

$$Z_4^5 = (M, O, I_{ich}, I_{du}, I_{er}),$$

dann entspricht ihr die weitere semiotische Matrix

1.1	1.2	1.3	1.4	1.5
2.1	2.2	2.3	2.4	2.5
3.1	3.2	3.3	3.4	3.5
4.1	4.2	4.3	4.4	4.5
5.1	5.2	5.3	5.4	5.5.

Wie man sogleich sieht, ändert sich also beim Übergang von Z_2^3 zu Z_4^5 nichts daran, daß nur ND, nicht aber HD symmetrische GD besitzt. Andererseits kann man aber beweisen, daß eine semiotische Matrix, welche sowohl für HD als auch für ND symmetrische GD besitzt, also "persymmetrisch" ist, notwendig repräsentationell unvollständig ist. Anstatt eines für die Semiotik überflüssigen mathematischen Beweises stehe hier ein Beispiel. Z.B. ist die folgende nicht-semiotische Matrix persymmetrisch

1	2	3
2	3	2
3	2	1.

Man kann nun auf sehr einfache Weise zeigen, daß die ihr korrespondierenden semiotischen Matrizen repräsentationell unvollständig sind, indem man die Einträge der persymmetrischen Matrix entweder als triadische Haupt- oder als trichotomische Stellenwerte interpretiert.

1. Interpretation als triadische Hauptwerte

1.1	2.1	3.1
2.1	3.2	2.3
3.1	2.2	1.3

Wie man sieht, ist (3.1) doppelt repräsentiert, und zwar auf Kosten der Nicht-Repräsentanz von (3.3), und (2.1) ist doppelt repräsentiert auf Kosten von (1.2)

2. Interpretation als trichotomische Stellenwerte

1.1	1.2	1.3
2.2	2.3	2.2
3.3	3.2	3.1

(2.1) ist nicht-repräsentiert auf Kosten von doppelt repräsentiertem (2.2). In Sonderheit erkennt man also, daß die Interpretation der Einträge persymmetrischer Matrizen als semiotische Haupt- oder Stellenwerte nicht-trivial ist, da es keine korrespondierenden Dualrelationen zwischen den Subzeichen gibt. Das bedeutet, daß die semiotische Transformation arithmetisch persymmetrischer Matrizen ausgerechnet die einzigen GD der ND in semiotischen Matrizen, also die auf Dualität beruhenden Symmetrien beseitigt!

3. Die gleichen Schlüsse, die wir bislang für minimale semiotische Matrizen gezogen haben, gelten auch dann, wenn man, wie dies in Toth (2014b) getan

wurde, die folgende 6-wertige logisch-arithmetische Matrix Günthers (Günther 1991, S. 448) semiotisch interpretiert wird

1	2	3	4	5	6
2	3	4	5	6	1
3	4	5	6	1	2
4	5	6	1	2	3
5	6	1	2	3	4
6	1	2	3	4	5

allerdings wendet Günther, wohl um das Problem der für HD fehlenden GD zu lösen, allerdings ohne dieses Problem anzusprechen, eine Reihe von zyklischen Transformationen auf die obige Matrix an (deren Details wir hier im Interesse einer rein semiotischen Behandlung unseres Themas ebenfalls übergehen können) und kommt zu zwei semiotisch höchst interessanten 6-wertigen Matrizen.

1	2	6	3	5	4
4	1	2	6	3	5
5	4	1	2	6	3
3	5	4	1	2	6
6	3	5	4	1	2
2	6	3	5	4	1

1	6	2	5	3	4
4	1	6	2	5	3
3	4	1	6	2	5
5	3	4	1	6	2
2	5	3	4	1	6
6	2	5	3	4	1

Offenbar handelt es sich hier, wenigstens laut Günther (1991, S. 450 f.), um die beiden einzigen Möglichkeiten, 6-wertige Matrizen so zu transformieren, daß sie, wie wir sagen würden, als semiotische Gegen-Matrizen interpretiert werden können, indem nun nicht die ND, sondern die HD GDs besitzen. Zwischen Matrizen der Formen der beiden eingangs besprochenen semiotischen und der beiden von Günther konstruierten Matrizen liegen, abgesehen davon, daß sowohl ihre logischen als auch ihre semiotischen Wertigkeiten

verschieden sind, zahlreiche zwischen ihnen vermittelnde Matrizen, welche partielle GD sowohl von HD als auch von ND enthalten und die man leicht selbst herstellen kann. Semiotisch ist allerdings die Interpretation der güntherschen Matrizen trivial, denn die Transformation

$$\tau: \text{GD(ND)} \rightarrow \text{GD(HD)}$$

korrespondiert einfach der Transposition einer nach triadischen Hauptwerten geordneten semiotischen Matrix in eine nach trichotomischen Stellenwerten geordneten bzw. vice versa.

Literatur

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Günther, Gotthard, Idee und Grundriß einer nicht-Aristotelischen Logik. 3. Aufl. Hamburg 1991

Toth, Alfred, Minimale Zeichenrelationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014a

Toth, Alfred, Arithmetische Orthogonalität und n-adizität von Semiotiken. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014b

21.10.2014